سوال:

فرض کنید تبدیل های و معادلات (1) و (2) وارون پذیری را برآورده می کنند. همچنین فرض کنید که یک تبدیل خطی می باشد. اثبات کنید که در این صورت تبدیل نیز یک تبدیل خطی می باشد. (راهنمایی: از تعریف تبدیل خطی استفاده کنید.)

(1

(2

پاسخ:

فرض کنید که دو بردار و در وجود دارند به گونه ای که و . از آنجایی که دو تبدیل و وارون یکدیگر هستند، بنابراین می توان رابطه بالا به صورت دیگر نیز بیان کرد. و . برای اثبات خطی بودن تبدیل لازم است دو شرط خطی بودن یک تبدیل را چک کنیم.

ابتدا شرط اول را چک می کنیم.

حال که شرط اول برقرار است شرط دوم را بررسی می کنیم.

هر دو شرط برقرار است پس بنابراین اثبات شد که تبدیل نیز یک تبدیل خطی خواهد بود.